

İTME ve MOMENTUM

İTME (İMPULS)

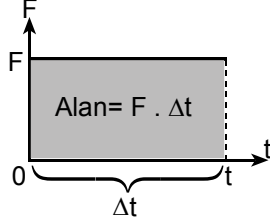
Bir cisme uygulanan kuvvet ile onun etki etme süresinin çarpımına **itme (impuls)** denir.

$$I = F \cdot \Delta t$$

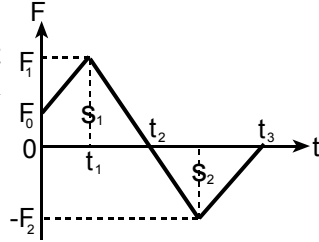
\downarrow \downarrow \downarrow
 N.s N s

- ✓ Kuvvet vektörel bir büyüklük olduğundan, itme de vektördür.
- ✓ Bir cisme uygulanan itme vektörü ile kuvvet vektörü daima aynı yönlüdür.

✓ Kuvvet-zaman grafiğinin altındaki alan cisme uygulanan itmeyi verir.



✓ Eğer kuvvet sabit değil ise toplam itme grafik ile zaman eksenini arasındaki alandan bulunur.



S₁ ve S₂ alanlarının farkı toplam itmeyi verir.

ÖRNEK:

Şiddeti 20 N olan bir kuvvet bir cisme 12 saniye süreyle etkilediğinde, cisme uygulanan itmenin büyüklüğü ne kadardır?

ÇÖZÜM:

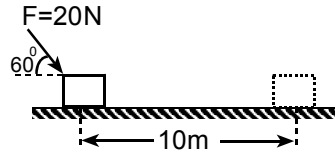
$$I = F \cdot \Delta t$$

$$I = 20 \cdot 12$$

$$I = 240 \text{ N.s}$$

ÖRNEK:

Şekildeki kuvvet sürtünmesiz yüzey üzerinde duran 2 kg kütleli cisme 10 m yol aldığında, cisme uygulanan itme ne kadardır?



ÇÖZÜM:

$$F \cdot \cos 60^\circ = m \cdot a \quad x = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad I = F \cdot \cos 60^\circ \cdot \Delta t$$

$$20 \cdot 0,5 = 2 \cdot a \quad 10 = \frac{1}{2} 5 \cdot t^2 \quad I = 20 \cdot 1/2 \cdot 2$$

$$a = 5 \text{ m/s}^2 \quad t = 2 \text{ s} \quad I = 20 \text{ N.s}$$

MOMENTUM

ω hızıyla hareket eden m kütleli bir cismin momentumu,

$$P = m \cdot \omega$$

\downarrow \downarrow \downarrow
 kg.m/s kg m/s

bağıntısıyla hesaplanır.

✓ Hız vektörel bir büyüklük olduğundan, momentum da vektördür.

ÖRNEK :

Kütlesi 1200 kg, hızı 10 m/s olan bir otomobilin momentumunun büyüklüğü nedir?

ÇÖZÜM :

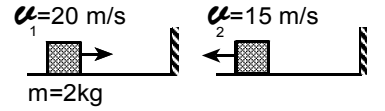
$$P = m \cdot \omega$$

$$P = 1200 \cdot 10$$

$$P = 12000 \text{ kg.m/s}$$

ÖRNEK :

Şekildeki gibi duvara çarpan bir cisim ikinci şekildeki gibi döndüğüne göre, cismin momentumundaki değişme ne kadardır?



ÇÖZÜM :

$$P_i = m \cdot \omega_1 \quad P_s = m \cdot \omega_2 \quad \Delta P = P_s - P_i$$

$$P_i = 2 \cdot 20 \quad P_s = 2 \cdot (-15) \quad \Delta P = -30 - 40$$

$$P_i = 40 \text{ kg.m/s} \quad P_s = -30 \text{ kg.m/s} \quad \Delta P = -70 \text{ kg.m/s}$$

MOMENTUM ve KİNETİK ENERJİ İLİŞKİSİ

Kinetik enerji $E_K = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2$ ifadesi m ile çarpılıp m'ye bölünürse,

$$E_K = \frac{1}{2} \frac{m^2 \cdot \omega^2}{m} \text{ olur.}$$

Buradan $E_K = \frac{P^2}{2m}$ elde edilir.

ÖRNEK :

Hareket halindeki bir cisim, enerjisinin 2/3 ünü kaybettiğinde, ilk momentumunun son momentumuna oranı ne olur?

ÇÖZÜM :

$$E_K = \frac{P^2}{2m} \Rightarrow P^2 = 2m \cdot E_K \Rightarrow P = \sqrt{2m \cdot E_K}$$

$$P_i = \sqrt{2m \cdot E_K} \quad P_s = \sqrt{2m \cdot \frac{1}{3} E_K}$$

$$\frac{P_i}{P_s} = \frac{\sqrt{2m \cdot E_K}}{\sqrt{2m \cdot \frac{1}{3} E_K}} = \sqrt{3}$$

MOMENTUMUN KORUNUMU

Newton, Dinamiğin II. Prensibini, momentum terimiyle ifade ederek şöyle demiştir: "Bir cismin momentumundaki değişme miktarı, cisme uygulanan net kuvvetle doğru orantılıdır ve o kuvvetin yönündedir."

$F = m \cdot a$ ifadesinde a yerine $\frac{\Delta u}{\Delta t}$ yazılırsa,

$F = m \cdot \frac{\Delta u}{\Delta t}$ elde edilir. Buradan;

$$F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta u \quad ; \quad \Delta u = u_s - u_i$$

$$F \cdot \Delta t = m \cdot (u_s - u_i)$$

$$F \cdot \Delta t = P_s - P_i$$

$F \cdot \Delta t = \Delta P$ elde edilir.

Eşit işaretinin sol tarafı itme, sağ tarafı momentum değişimidir. Öyleyse; bir cisme uygulanan itme, cismin momentumundaki değişikliğe eşittir.

✓ Bir cisme etkiyen net kuvvet sıfır ise;

$$\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{P} = 0$$

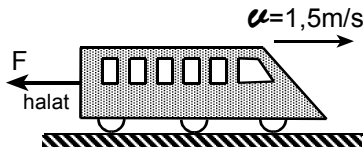
$$\Delta \vec{P} = \vec{P}_{\text{son}} - \vec{P}_{\text{ilk}} \quad \text{olduğundan,}$$

$$\vec{P}_{\text{son}} - \vec{P}_{\text{ilk}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{P}_{\text{son}} = \vec{P}_{\text{ilk}} \quad \text{elde edilir.}$$

Bir cisme uygulanan net itme sıfır ise, cismin momentumu korunur. Momentumun korunumu kanunu, fiziğin temel korunum kanunlarından biridir.

ÖRNEK :

Şekildeki gibi sağa doğru gitmekte olan $4 \cdot 10^4$ kg kütleli bir vagonu arkasındaki halattan çekerek 1 dakikada durdurmak için kaç N' luk kuvvet uygulanmalıdır?



- A) 150 B) 500 C) 1000 D) 2000 E) 2500

ÇÖZÜM :

Vagona uygulanan itme vagonun momentumunda meydana gelen değişmeye eşit olacağından;

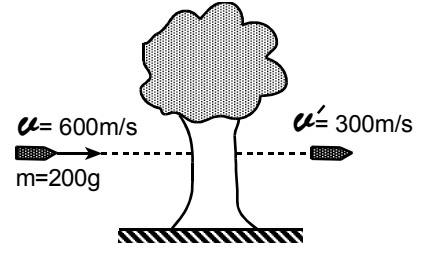
$$m = 4 \cdot 10^4 \text{ kg} \quad u_1 = 1,5 \text{ m/s}$$

$$\Delta t = 1 \text{ dk} = 60 \text{ s} \quad u_2 = 0$$

$$\begin{aligned} \vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{P} &\Rightarrow F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta u \\ F \cdot 60 &= 4 \cdot 10^4 \cdot (u_2 - u_1) \\ \Rightarrow F &= 1000 \text{ N} \end{aligned}$$

ÖRNEK :

Bir ağaca şekildeki gibi yatay olarak atılan 200 g'lık mermi 0,2 s' de ağacı delip geçiyor. Merminin ağaçtan çıkış hızı 300m/s olduğuna göre; ağacın mermiye uyguladığı direnç kuvveti kaç N' dur?



- A) 100 B) 200 C) 300 D) 400 E) 500

ÇÖZÜM :

Ağacın mermiye uyguladığı itme, merminin momentumunda meydana gelen değişmeye eşittir.

$$\begin{aligned} m &= 200 \text{ g} = 0,2 \text{ kg} \\ u &= 600 \text{ m/s} \\ u' &= 300 \text{ m/s} \\ \Delta t &= 0,2 \text{ s} \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} \vec{F} \cdot \Delta t &= \Delta \vec{P} \\ F \cdot \Delta t &= m \cdot \Delta u \\ F \cdot 0,2 &= 0,2 \cdot (300 - 600) \\ F &= -300 \text{ N} \end{aligned} \right.$$

ÖRNEK :

İlk hızı $u_1 = 10$ m/s olan $m = 5$ kg kütleli bir cismin hızı, bir kuvvetin etkisinde 3 saniye sonra ters yönde 5 m/s oluyor.

- a) Cisme uygulanan itme,
b) Cisme uygulanan kuvvet nedir?

ÇÖZÜM :

$$\begin{aligned} \text{a) } P_1 &= m \cdot u_1 \\ P_1 &= 5 \cdot 10 \\ P_1 &= 50 \text{ kg.m/s} \\ P_2 &= m \cdot u_2 \\ P_2 &= 5 \cdot (-5) \\ P_2 &= -25 \text{ kg.m/s} \\ \Delta P &= P_2 - P_1 \\ \Delta P &= -25 - 50 \\ \Delta P &= -75 \text{ kg.m/s} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \text{b) } F \cdot \Delta t &= I = \Delta P \\ F \cdot 3 &= -75 \\ F &= -25 \text{ N} \end{aligned}$$

ÇARPIŞMALAR

Çarpışmaların her çeşidinde momentum korunur. Merkezi, merkezi olmayan, esnek ve esnek olmayan çarpışma çeşitleri vardır.

MERKEZİ ÇARPIŞMALAR

Çarpışan kütleler çarpışmadan önce ve sonra aynı doğru üzerinde kalıyorsa, çarpışma merkezidir. Merkezi çarpışmalar iki çeşit olabilir: Esnek ve esnek olmayan.

I. Esnek Çarpışma :

Esnek çarpışan cisimler çarpışmadan sonra birbirine yapışmaz. Aynı ayrı hareket ederler. Aksi söylenmedikçe kinetik enerji de korunur. Bu durumda enerjinin korunumu yerine, hızların korunumu da denilen,

$$u_1 + u_1' = u_2 + u_2'$$

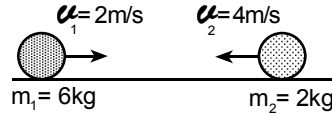
ifadesi kullanılabilir. Bu ifadede u_1 ve u_2 cisimlerin çarpışmadan önceki, u_1' ve u_2' çarpışmadan sonraki hızlarıdır.

II. Esnek Olmayan Çarpışma :

Esnek olmayan çarpışmalarda sadece momentum korunur. Çarpışmadan sonra cisimler birbirine yapışır veya kenetlenerek birlikte hareket eder.

ÖRNEK :

Şekildeki cisimler merkezi esnek çarpışma yaptıklarına göre, cisimlerin çarpışmadan sonraki hızları ne olur?

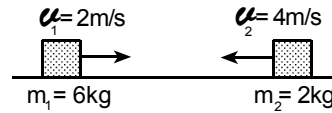


ÇÖZÜM :

$$P_{ilk} = P_{son}$$
$$m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2 = m_1 \cdot u_1' + m_2 \cdot u_2' \quad u_1 + u_1' = u_2 + u_2'$$
$$6 \cdot 2 + 2 \cdot (-4) = 6 \cdot u_1' + 2 \cdot u_2' \quad 2 + u_1' = -4 + u_2'$$
$$4 = 6 \cdot u_1' + 2 \cdot u_2' \quad 6 = u_2' - u_1'$$
$$u_1' = -1 \text{ m/s} \quad u_2' = 5 \text{ m/s}$$

ÖRNEK :

Şekildeki cisimler esnek olmayan merkezi çarpışma yaptıklarına göre çarpışmadan sonraki ortak hızları ne olur?



ÇÖZÜM :

$$P_{ilk} = P_{son}$$
$$m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2 = (m_1 + m_2) \cdot u_{ort.}$$
$$6 \cdot 2 + 2 \cdot (-4) = (6 + 2) \cdot u_{ort.}$$
$$u_{ort.} = 0,5 \text{ m/s}$$

MERKEZİ OLMAYAN ÇARPIŞMALAR

Çarpışan cisimler çarpışmadan sonra, ilk hareket doğrultularından farklı doğrultularda hareket ediyorlarsa, bu tür çarpışmalara merkezi olmayan çarpışmalar denir.

I. Esnek Çarpışma :

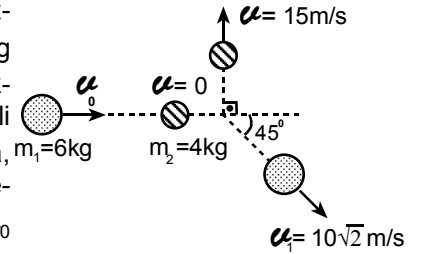
Merkezi olmayan esnek çarpışma problemleri, momentumun korunumundan yararlanılarak çözülür. Test sorularında genel olarak, enerjinin korunumu göz önüne alınmaz.

II. Esnek Olmayan Çarpışma :

İki cisim merkezi olmayan ve esnek olmayan çarpışma yaparsa; momentumun korunumunun vektörel özelliği kullanılarak çarpışmadan sonraki ortak hız bulunabilir.

ÖRNEK :

u_0 hızıyla gitmekte olan $m_1 = 6 \text{ kg}$ kütleli bir cisim, durmakta olan $m_2 = 4 \text{ kg}$ kütleli bir cisme çarptığında, $m_1 = 6 \text{ kg}$ $m_2 = 4 \text{ kg}$ şeklindeki durum gözleniyor. m_1 kütlelerinin u_0 hızı kaç m/s'dir?



ÇÖZÜM :

$$\vec{P}_{ilk} = \vec{P}_{son} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$$

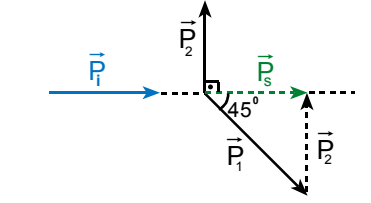
$$P_s = P_i = m_1 \cdot u_0 = 6 \cdot u_0$$

$$P_1 = m_1 \cdot u_1$$
$$P_1 = 6 \cdot 10\sqrt{2}$$
$$P_1 = 60\sqrt{2} \text{ kg.m/s}$$

$$P_2 = m_2 \cdot u_2$$

$$P_2 = 4 \cdot 15$$

$$P_2 = 60 \text{ kg.m/s}$$



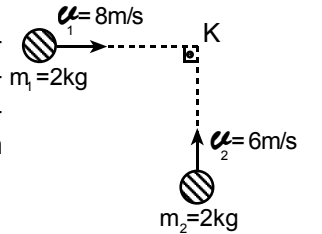
$$P_s^2 + P_2^2 = P_1^2$$

$$(6 \cdot u_0)^2 + 60^2 = (60\sqrt{2})^2$$

$$36 \cdot u_0^2 + 3600 = 7200 \Rightarrow u_0 = 10 \text{ m/s}$$

ÖRNEK :

Şekildeki iki cisim, K noktasında esnek olmayan çarpışma yaparak birlikte hareket ediyorlar. Cisimlerin çarpışmadan sonraki ortak hızları kaç m/s'dir?



ÇÖZÜM :

$$P_1 = m_1 \cdot u_1$$

$$P_1 = 2 \cdot 8 = 16 \text{ kg.m/s}$$

$$P_2 = m_2 \cdot u_2$$

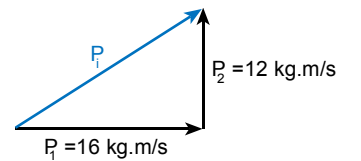
$$P_2 = 2 \cdot 6 = 12 \text{ kg.m/s}$$

$$\vec{P}_{ilk} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$$

$$P_{ilk}^2 = P_1^2 + P_2^2$$

$$P_{ilk}^2 = 12^2 + 16^2$$

$$P_{ilk} = 20 \text{ kg.m/s}$$



$$P_{ilk} = P_{son}$$

$$20 = (m_1 + m_2) \cdot u_{ort.}$$

$$20 = (2 + 2) \cdot u_{ort.}$$

$$\Rightarrow u_{ort.} = 5 \text{ m/s}$$

PATLAMALAR

Bir cisim hiçbir dış etki olmaksızın parçalara ayrılırsa, patlamadan önceki momentum vektörü, patlamayla oluşan parçaların toplam momentum vektörüne eşittir.

ÖRNEK :

Durmakta olan 2m kütleli bir cisim bir iç patlama geçirerek, iki eşit parçaya ayrılıyor. Parçalardan biri, şekildeki gibi u hızıyla hareket ettiğine göre, diğer parçanın hızı ve hareket yönü ne olur?

ÇÖZÜM :

Dış etki olmadığından momentum korunur.

$$P_{ilk} = P_{son}$$

İlk momentum sıfır olduğundan son momentum sıfır olmalıdır.

$$0 = m.u + m.u'$$
$$u' = -u$$

Diğer parça -x yönünde u hızıyla hareket eder.

ROKETLER

Roketlerin çalışma ilkesi, hava ile şişirilmiş bir lastik balonun ağzı açık halde bırakıldığında yaptığı harekete benzer. Balon serbest bırakıldığında, çıkan havanın yönüyle balonun hareket yönünün zıt olduğu görülür.

Roketlerin hareketi, Newton'un III. Hareket Kanunu'na ve Momentumun Korunumu Kanunu'na dayanır.

Bir roketin yukarı doğru hareketinde, roketten çıkan gazlar aşağı doğru bir momentuma sahip olacakları için roketin kendisi de aynı büyüklükte yukarı doğru bir momentum kazanır.

Kimyasal maddelerin yanmasıyla oluşan gazların püskürtülmesinden kaynaklanan itme gücü ile çalışan tepkili motorlara **roket** denir.

m : Roketin içinde kalan gazla birlikte kütlesi.

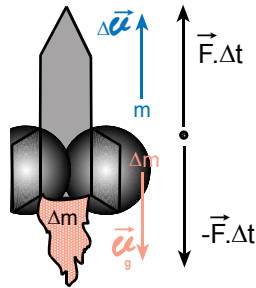
Δu : Roketin hızındaki değişim

Δm : Roketten atılan gazın kütlesi.

u_g : Roketten atılan gazın hızı.

$$\Delta \vec{P}_R = \Delta \vec{P}_G$$

$$m \cdot \Delta \vec{u} = -\Delta m \cdot \vec{u}_g$$



ÖRNEK :

Bir uzay aracı taşıyan roket, saniyede 10.000 kg yakıt yakmaktadır. Gazın çıkış hızı 2500 m/s olduğuna göre roket üzerindeki itme kuvveti kaç N' dir?

ÇÖZÜM :

$$\frac{\Delta m_g}{\Delta t} = 10.000 \text{ kg/s}$$

$$u_g = 2500 \text{ m/s}$$

$$F = ?$$

$$F \cdot \Delta t = \Delta m_g \cdot u_g$$

$$F = \frac{\Delta m_g}{\Delta t} \cdot u_g$$

$$F = 10000 \cdot 2500$$

$$F = 25 \cdot 10^6 \text{ N}$$

ÖRNEK :

Taşıdığı uydusu ile beraber kütlesi 15.000 kg olan bir roket, saniyede 500 kg yakıt yakmaktadır. Yakıtın çıkış hızı 3000 m/s olduğuna göre roketin 10 s sonra kazandığı hız kaç m/s' dir?

ÇÖZÜM :

$$m = 15.000 \text{ kg}$$

$$\frac{\Delta m_g}{\Delta t} = 500 \text{ kg/s}$$

$$u_g = 3000 \text{ m/s}$$

Roket 10 saniyede:

500 . 10 = 5000 kg yakıt tüketir.

$$m \cdot \Delta u = \Delta m \cdot u_g$$

$$\Delta u = \frac{\Delta m}{m} \cdot u_g = \frac{5000}{15000} \cdot 3000$$

$$\Delta u = 1000 \text{ m/s} \text{ olur.}$$

✓ Roketlerde yakıt ve oksitleyici birlikte bulunur. Dolayısıyla roket motorlarının ateşlenebilmesi için havaya ihtiyaç duyulmaz ve roketler havanın bulunmadığı uzay boşluğunda da çalışabilir.