

ÇÖZÜMLÜ SORULAR**Örnek:**

$$\frac{\cos 10^\circ}{\sin 40^\circ + \sin 80^\circ + \sin 20^\circ} \text{ ifadesinin}$$

değeri nedir?

A) $\cos 10^\circ$ B) $\tan 10^\circ$ C) 1

D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{\cos 10^\circ}{\sin 40^\circ + \sin 20^\circ + \sin 80^\circ} &= \frac{\cos 10^\circ}{2 \sin 30^\circ \cos 10^\circ + \cos 10^\circ} \\ &= \frac{\cos 10^\circ}{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos 10^\circ + \cos 10^\circ} \\ &= \frac{\cos 10^\circ}{2 \cos 10^\circ} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Doğru cevap (D) seçeneğidir.

Örnek

$$\cos 10^\circ \cdot \cos 20^\circ \cdot \cos 80^\circ$$

İşleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sin 40^\circ$ B) $\frac{\sin 40^\circ}{4}$ C) $\cos 40^\circ$
D) $\frac{\cos 40^\circ}{2}$ E) $\frac{\cos 40^\circ}{4}$

Çözüm:

$$\cos 10^\circ \cos 80^\circ \cdot \cos 20^\circ$$

$$= \frac{1}{2} [\cos(10^\circ + 80^\circ) + \cos(10^\circ - 80^\circ)] \cos 20^\circ$$

$$= \frac{1}{2} [\cos 90^\circ + \cos 70^\circ] \cdot \cos 20^\circ$$

$$= \frac{1}{2} [0 + \cos 70^\circ] \cos 20^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \sin 20^\circ \cos 20^\circ = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \sin 40^\circ$$

$$= \frac{1}{4} \sin 40^\circ \text{ dir.}$$

(Bu soru yarım açı formülleri yardımıyla da çözülebilir.)

Cevap : B**Örnek:**

$$\frac{\cos 8^\circ \cos 4^\circ + \sin 2^\circ \sin 10^\circ}{\cos 2^\circ}$$

İşleminin sonucu, aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sin 6^\circ$ B) $\cos 6^\circ$ C) $\sin 4^\circ$
D) $\cos 4^\circ$ E) $\tan 4^\circ$

Çözüm:

Payda toplanmış olan her iki ifadeye de ters dönüşüm formülleri uygulanırsa

$$= \frac{\frac{1}{2} [\cos 12^\circ + \cos 4^\circ] - \frac{1}{2} [\cos 12^\circ - \cos 8^\circ]}{\cos 2^\circ}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \cos 12^\circ + \frac{1}{2} \cos 4^\circ - \frac{1}{2} \cos 12^\circ + \frac{1}{2} \cos 8^\circ}{\cos 2^\circ}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} (\cos 4^\circ + \cos 8^\circ)}{\cos 2^\circ}$$

payda dönüşüm formülü uygulanırsa

$$= \frac{\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \cos 6^\circ \cdot \cos 2^\circ}{\cos 2^\circ} = \cos 6^\circ \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\cos(-105^\circ) + \cos 15^\circ$$

İşleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned}\cos(-105^\circ) + \cos 15^\circ &= \cos 105^\circ + \cos 15^\circ \\ &= 2 \cdot \cos \frac{105^\circ + 15^\circ}{2} \cdot \cos \frac{105^\circ - 15^\circ}{2}\end{aligned}$$

$$= 2 \cdot \cos 60^\circ \cdot \cos 45^\circ$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Örnek:

$$\operatorname{cosec} 18^\circ - \sec 36^\circ$$

İfadesinin değeri kaçır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm:

Toplamı 90° olan iki açıdan birinin sekantı diğerinin kosekantına eşit olduğu için, $\sec 36^\circ = \operatorname{cosec} 54^\circ$ dir.

Buna göre,

$$\begin{aligned}\operatorname{cosec} 18^\circ - \sec 36^\circ &= \operatorname{cosec} 18^\circ - \operatorname{cosec} 54^\circ \\ &= \frac{1}{\sin 18^\circ} - \frac{1}{\sin 54^\circ} \\ &= \frac{\sin 54^\circ - \sin 18^\circ}{\sin 18^\circ \cdot \sin 54^\circ} \\ &= \frac{2 \cdot \cos \frac{54^\circ + 18^\circ}{2} \cdot \sin \frac{54^\circ - 18^\circ}{2}}{\sin 18^\circ \cdot \sin 54^\circ}\end{aligned}$$

$$= \frac{2 \cdot \cos 36^\circ \cdot \sin 18^\circ}{\sin 18^\circ \cdot \sin 54^\circ}$$

$$= \frac{2 \cdot \cos 36^\circ}{\sin 54^\circ}$$

$$= \frac{2 \cdot \cos 36^\circ}{\sin 54^\circ}, \quad (\cos 36^\circ = \sin 54^\circ)$$

$$= 2 \text{ dir.}$$

Cevap E

Örnek:

$$\frac{\sin 10^\circ + \sin 30^\circ + \sin 50^\circ}{\cos 10^\circ + \cos 30^\circ + \cos 50^\circ}$$

İşleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned}\sin 10^\circ + \sin 50^\circ &= 2 \cdot \sin \frac{10^\circ + 50^\circ}{2} \cdot \cos \frac{10^\circ - 50^\circ}{2} \\ &= 2 \cdot \sin 30^\circ \cdot \cos(-20^\circ) \\ &= 2 \cdot \sin 30^\circ \cdot \cos 20^\circ \text{ dir. (1)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos 10^\circ + \cos 50^\circ &= 2 \cdot \cos \frac{10^\circ + 50^\circ}{2} \cdot \cos \frac{10^\circ - 50^\circ}{2} \\ &= 2 \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos(-20^\circ) \\ &= 2 \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos 20^\circ \text{ dir. (2)}\end{aligned}$$

Buna göre,

$$\begin{aligned} & \frac{\sin 10^\circ + \sin 30^\circ + \sin 50^\circ}{\cos 10^\circ + \cos 30^\circ + \cos 50^\circ} \\ &= \frac{2 \cdot \sin 30^\circ \cdot \cos 20^\circ + \sin 30^\circ}{2 \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos 20^\circ + \cos 30^\circ} \\ &= \frac{\sin 30^\circ \cdot (2 \cdot \cos 20^\circ + 1)}{\cos 30^\circ \cdot (2 \cdot \cos 20^\circ + 1)} \\ &= \tan 30^\circ \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

SONUÇ:

$$\begin{aligned} & \Rightarrow \frac{\sin x + \sin \frac{x+y}{2} + \sin y}{\cos x + \cos \frac{x+y}{2} + \cos y} = \tan \frac{x+y}{2} \text{ dir.} \\ & \Rightarrow \frac{\cos x + \cos \frac{x+y}{2} + \cos y}{\sin x + \sin \frac{x+y}{2} + \sin y} = \cot \frac{x+y}{2} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$\begin{aligned} \frac{\sin x + \sin 4x + \sin 7x}{\cos x + \cos 4x + \cos 7x} &= \frac{\sin x + \sin \frac{x+7x}{2} + \sin 7x}{\cos x + \cos \frac{x+7x}{2} + \cos 7x} \\ &= \tan \frac{x+7x}{2} \\ &= \tan 4x \end{aligned}$$

Örnek:

$$\frac{\cos 5^\circ + \cos 13^\circ + \cos 21^\circ}{\sin 5^\circ + \sin 13^\circ + \sin 21^\circ}$$

İşleminin sonucunu bulalım:

Çözüm:

5, 13, 21 sayılarının ardışık terimleri arasındaki fark sabittir. Aynı zamanda, $\frac{5+21}{2} = 13$ tür.

Bu durumda,

$$\frac{\cos 5^\circ + \cos 13^\circ + \cos 21^\circ}{\sin 5^\circ + \sin 13^\circ + \sin 21^\circ} = \frac{\cos 13^\circ}{\sin 13^\circ} = \cot 13^\circ \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\frac{\sin x + \sin 5x + \sin 9x + \sin 13x}{\cos x + \cos 5x + \cos 9x + \cos 13x}$$

İfadesinin eşitini bulalım.

Çözüm:

Yukarıdaki örneği genelleştirebiliriz:

Yukarıdaki örnekteki gibi; pay ve payda ardışık iki terimin açılarının artış miktarının sabit olduğu dizilimlerde ilk terimin açı değeri ile son terimin açı değerinin ortalaması (toplamının yarısı) sonucun açı değerini verir. Kesrin payındaki terimler sinüslü, paydasındaki terimler de kosinüslü ise sonuç tanjantlıdır. Eğer, kesrin payındaki terimler kosinüslü, paydasındaki terimler de sinüslü ise sonuç kotanjantlıdır.

x, 5x, 9x, 13x te ardışık iki terimin farkı sabit olduğu için yukarıdaki anlatılanlara göre,

$$\begin{aligned} \frac{\sin x + \sin 5x + \sin 9x + \sin 13x}{\cos x + \cos 5x + \cos 9x + \cos 13x} &= \frac{\sin \frac{x+13x}{2}}{\cos \frac{x+13x}{2}} \\ &= \tan 7x \text{ olur.} \end{aligned}$$

KURAL:

$$\triangleright \sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2} \cdot [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

$$\triangleright \cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2} \cdot [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\triangleright \sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2} \cdot [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

Örnek:

$$\sin \frac{\pi}{9} \cdot \sin \frac{2\pi}{9} \cdot \sin \frac{4\pi}{9}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \sin \frac{\pi}{9} \cdot \sin \frac{2\pi}{9} &= -\frac{1}{2} \cdot \left[\cos \left(\frac{\pi}{9} + \frac{2\pi}{9} \right) - \cos \left(\frac{\pi}{9} - \frac{2\pi}{9} \right) \right] \\ &= -\frac{1}{2} \cdot \left[\cos \frac{\pi}{3} - \cos \left(-\frac{\pi}{9} \right) \right] \\ &= -\frac{1}{2} \cdot \left[\frac{1}{2} - \cos \frac{\pi}{9} \right], (\cos(-x) = \cos x) \\ &= -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \cos \frac{\pi}{9} \text{ dur.... (1)} \end{aligned}$$

$$\frac{4\pi}{9} + \frac{\pi}{18} = \frac{\pi}{2} \text{ olduğu için,}$$

$$\sin \frac{4\pi}{9} = \cos \frac{\pi}{18} \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$\begin{aligned} &\sin \frac{\pi}{9} \cdot \sin \frac{2\pi}{9} \cdot \sin \frac{4\pi}{9} \\ &= \sin \frac{\pi}{9} \cdot \sin \frac{2\pi}{9} \cdot \cos \frac{\pi}{18} \\ &= \left[-\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \cos \frac{\pi}{9} \right] \cdot \cos \frac{\pi}{18} \\ &= -\frac{1}{4} \cdot \cos \frac{\pi}{18} + \frac{1}{2} \cdot \cos \frac{\pi}{9} \cdot \cos \frac{\pi}{18} \\ &= -\frac{1}{4} \cdot \cos \frac{\pi}{18} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[\cos \left(\frac{\pi}{9} + \frac{\pi}{18} \right) + \cos \left(\frac{\pi}{9} - \frac{\pi}{18} \right) \right] \\ &= -\frac{1}{4} \cdot \cos \frac{\pi}{18} + \frac{1}{4} \cdot \left[\cos \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{18} \right] \\ &= -\frac{1}{4} \cdot \cos \frac{\pi}{18} + \frac{1}{4} \cdot \left[\frac{\sqrt{3}}{2} + \cos \frac{\pi}{18} \right] \\ &= -\frac{1}{4} \cdot \cos \frac{\pi}{18} + \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{4} \cdot \cos \frac{\pi}{18} \\ &= \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{8} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$\cot 10^\circ = x \text{ olmak üzere,}$$

$$\cos 10^\circ \cdot \cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ$$

İşleminin sonucunu x türünden bulalım.

Çözüm:

Çarpımı, ters dönüşüm formülünü kullanarak çözebiliriz. Ancak burada başka bir yöntem kullanacağız. Çözüm için sinüsün yarım açı formülünden yararlanmak için; ifadeyi $2\sin 10^\circ$ ile çarpıp, $2\sin 10^\circ$ ile bölelim.

$$\begin{aligned}
 & \cos 10^\circ \cdot \cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ \\
 &= \frac{\overbrace{2 \cdot \sin 10^\circ \cdot \cos 10^\circ}^{\sin(2 \cdot 10^\circ)} \cdot \cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ}{2 \cdot \sin 10^\circ} \\
 &= \frac{\sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ}{2 \cdot \sin 10^\circ} \\
 &= \frac{\frac{1}{2} \cdot \sin(2 \cdot 20^\circ) \cdot \cos 40^\circ}{2 \cdot \sin 10^\circ} \\
 &= \frac{\frac{1}{2} \cdot \sin 40^\circ \cdot \cos 40^\circ}{2 \cdot \sin 10^\circ} \\
 &= \frac{\frac{1}{2} \cdot \sin(2 \cdot 40^\circ)}{2 \cdot \sin 10^\circ} \\
 &= \frac{\frac{1}{2} \cdot \sin 80^\circ}{2 \cdot \sin 10^\circ}, (\sin 80^\circ = \cos 10^\circ) \\
 &= \frac{\frac{1}{2} \cdot \cos 10^\circ}{2 \cdot \sin 10^\circ} \\
 &= \frac{1}{8} \cdot \cot 10^\circ \\
 &= \frac{x}{8}
 \end{aligned}$$

Örnek:

$$\cos \frac{\pi}{3} \cdot \cos \frac{2\pi}{3} \cdot \cos \frac{4\pi}{3}$$

İşleminin sonucunu bulalım:

Bir önceki örnekte yaptığımız işlemleri tekrarlırsak,

$$\cos \frac{\pi}{3} \cdot \cos \frac{2\pi}{3} \cdot \cos \frac{4\pi}{3} = \frac{1}{8} \text{ olur.}$$

Örnek:

$3x + 3y = \pi$ olmak üzere,

$$\frac{\cos x - \cos y}{\sin x - \sin y}$$

İfadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

Çözüm:

$3x + 3y = \pi$ olmak üzere,

$$\begin{aligned}
 \frac{\cos x - \cos y}{\sin x - \sin y} &= \frac{-2 \cdot \sin \frac{x-y}{2} \cdot \sin \frac{x+y}{2}}{2 \cdot \sin \frac{x-y}{2} \cdot \cos \frac{x+y}{2}} \\
 &= \frac{-\sin \frac{x+y}{2}}{\cos \frac{x+y}{2}}, \left(x+y = \frac{\pi}{3} \right) \\
 &= \frac{-\sin \frac{\pi}{6}}{\cos \frac{\pi}{6}} \\
 &= \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \\
 &= -\frac{\sqrt{3}}{3}
 \end{aligned}$$

Örnek:

$$\tan \left[\arctan \frac{1}{2} + \operatorname{arccot} \frac{2}{3} \right]$$

İfadesinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2\sqrt{21}}$ B) $-\frac{1}{\sqrt{21}}$ C) $-\frac{2}{\sqrt{21}}$
D) 8 E) 12

Çözüm:

$$\arctan \frac{1}{2} = \theta \text{ ve } \operatorname{arccot} \frac{2}{3} = \alpha \text{ olsun.}$$

Bu durumda

$$\tan \theta = \frac{1}{2} \text{ ve } \cot \alpha = \frac{2}{3} \text{ olur.}$$

$$\cot \alpha = \frac{2}{3} \text{ ise, } \tan \alpha = \frac{3}{2} \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$\begin{aligned} \tan \left[\arctan \frac{1}{2} + \operatorname{arccot} \frac{2}{3} \right] &= \tan(\theta + \alpha) \\ &= \frac{\tan \theta + \tan \alpha}{1 - \tan \theta \cdot \tan \alpha} \\ &= \frac{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}} \\ &= 8 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$\operatorname{arccot} 3 + \arctan \frac{1}{2} = \arcsin x$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{8}$

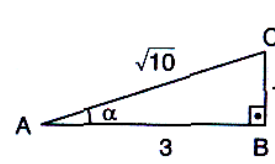
Çözüm:

$$\operatorname{arccot} 3 = \alpha \text{ ve } \arctan \frac{1}{2} = \theta \text{ olsun.}$$

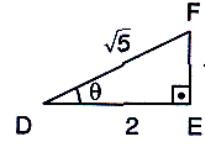
Bu durumda

$$\cot \alpha = 3 \text{ ve } \tan \theta = \frac{1}{2} \text{ olur.}$$

Bu koşullara uygun dik üçgenler aşağıda verilmiştir.



$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{|BC|}{|AC|} = \frac{1}{\sqrt{10}}, \\ \cos \alpha &= \frac{|AB|}{|AC|} = \frac{3}{\sqrt{10}}, \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \sin \theta &= \frac{|EF|}{|DF|} = \frac{1}{\sqrt{5}}, \\ \cos \theta &= \frac{|DE|}{|DF|} = \frac{2}{\sqrt{5}} \end{aligned}$$

olduğuna göre,

$$\operatorname{arccot} 3 + \arctan \frac{1}{2} = \arcsin x$$

$$\alpha + \theta = \arcsin x$$

$$x = \sin(\alpha + \theta)$$

$$= \sin \alpha \cdot \cos \theta + \cos \alpha \cdot \sin \theta$$

$$= \frac{1}{\sqrt{10}} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{3}{\sqrt{10}} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\frac{\sin 36^\circ}{\sin 12^\circ} - \frac{\cos 36^\circ}{\cos 12^\circ}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 2

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{\sin 36^\circ}{\sin 12^\circ} - \frac{\cos 36^\circ}{\cos 12^\circ} &= \frac{\sin 36^\circ \cdot \cos 12^\circ - \cos 36^\circ \cdot \sin 12^\circ}{\sin 12^\circ \cdot \cos 12^\circ} \\ &= \frac{\sin(36^\circ - 12^\circ)}{\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sin 12^\circ \cdot \cos 12^\circ} \\ &= \frac{\sin 24^\circ}{\sin(2 \cdot 12^\circ)} \\ &= \frac{\sin 24^\circ}{2 \cdot \sin 12^\circ} \\ &= 2 \end{aligned}$$

Örnek:

$\sin 25^\circ = x$ olmak üzere,

$\cos 40^\circ$

nın x türünden eşitli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2\sqrt{1-x^2}$ B) $x\sqrt{1-x^2}$ C) $2x\sqrt{1+x^2}$
D) $2x\sqrt{1-x^2}$ E) $2x\sqrt{2-x^2}$

Çözüm:

$\sin 25^\circ = x$ olmak üzere,

$$\sin^2 25^\circ + \cos^2 25^\circ = 1 \text{ ise, } \cos^2 25^\circ = 1 - x^2$$

$$\cos 25^\circ = \sqrt{1-x^2} \text{ dir.}$$

Toplamı 90° olan iki açıdan birinin kosinüsü diğerinin sinüsüne eşit olduğu için, $\cos 40^\circ = \sin 50^\circ$ dir.

Buna göre,

$$\begin{aligned} \cos 40^\circ &= \sin 50^\circ = \sin(2 \cdot 25^\circ) = 2 \cdot \sin 25^\circ \cdot \cos 25^\circ \\ &= 2 \cdot x \cdot \sqrt{1-x^2} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$\tan x = 2$ olmak üzere,

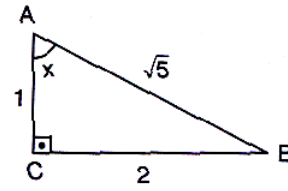
$$\sin 2x + \cos 2x$$

in değeri kaçtır?

- A) $\frac{7}{5}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

Çözüm:

$\tan x = 2$ koşuluna uygun dik üçgen aşağıda verilmiştir.



$$\begin{aligned} \sin x &= \frac{|CB|}{|AB|} = \frac{2}{\sqrt{5}}, \\ \cos x &= \frac{|AC|}{|AB|} = \frac{1}{\sqrt{5}} \end{aligned}$$

olduğuna göre,

$$\begin{aligned} \sin 2x + \cos 2x &= 2 \cdot \sin x \cdot \cos x + 2 \cdot \cos^2 x - 1 \\ &= 2 \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} + 2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 - 1 \\ &= \frac{1}{5} \text{ tir.} \end{aligned}$$

Cevap D

Örnek:

$11x = 270^\circ$ olmak üzere,

$$\frac{\cos 5x - \cos 3x}{\sin x \cdot \cos 7x}$$

İfadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2 B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

Çözüm:

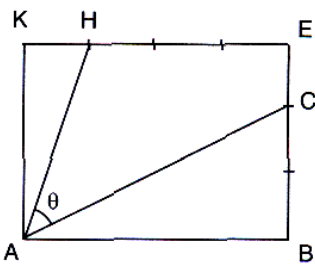
$11x = 270^\circ$ ise, $4x + 7x = 270^\circ$ dir. Bu durumda,
 $\sin 4x = \sin(270^\circ - 7x) = -\cos 7x$ olur. Buna göre,

$$\begin{aligned} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{\sin x \cdot \cos 7x} &= \frac{-2 \cdot \sin \frac{5x-3x}{2} \cdot \sin \frac{5x+3x}{2}}{\sin x \cdot \cos 7x} \\ &= \frac{-2 \cdot \sin x \cdot \sin 4x}{\sin x \cdot \cos 7x} \\ &= \frac{-2 \cdot \sin 4x}{\cos 7x} \\ &= \frac{-2 \cdot (-\cos 7x)}{\cos 7x} \\ &= 2 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Cevap E

Örnek:

Aşağıdaki şekilde, ABEK bir dikdörtgendir.



$$\begin{aligned} |HE| &= 3|KH| \\ |BC| &= 2|CE| \\ |KH| &= |EC| \\ 3|AB| &= 4|BE| \\ m(\widehat{HAC}) &= \theta \end{aligned}$$

olduğuna göre, $\sin \theta$ kaçtır?

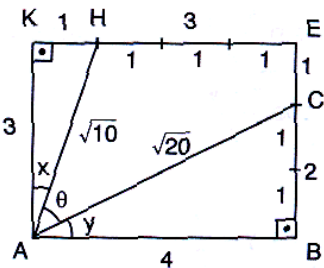
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{3}{5}$

Çözüm:

Aşağıdaki şekilde, ABEK dikdörtgeninde,

$|KH| = 1$ br, $|KA| = 3$ br, $|CB| = 2$ br, $|AB| = 4$ br,

$m(\widehat{KAH}) = x$, $m(\widehat{CAH}) = y$ olsun.



$$\begin{aligned} |HE| &= 3|KH| \\ |BC| &= 2|CE| \\ |KH| &= |EC| \\ 3|AB| &= 4|BE| \\ \text{Buna göre,} \end{aligned}$$

$$\sin \theta = \sin(90^\circ - (x + y))$$

$$= \cos(x + y)$$

$$= \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$

$$= \frac{|KA|}{|AH|} \cdot \frac{|AB|}{|AC|} - \frac{|KH|}{|AH|} \cdot \frac{|BC|}{|AC|}$$

$$= \frac{3}{\sqrt{10}} \cdot \frac{4}{\sqrt{20}} - \frac{1}{\sqrt{10}} \cdot \frac{2}{\sqrt{20}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ dir.}$$

Örnek:

$270^\circ < x < 360^\circ$ olmak üzere,

$$3 \cdot \cos x = 1$$

olduğuna göre, $\cos \frac{x}{2}$ kaçtır?

A) $-\frac{\sqrt{6}}{3}$

B) $-\frac{\sqrt{5}}{3}$

C) $-\frac{2}{3}$

D) $\frac{2}{3}$

E) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

Çözüm:

$270^\circ < x < 360^\circ$ ise, $135^\circ < \frac{x}{2} < 180^\circ$ dir.

$\frac{x}{2}$ ikinci bölgede olduğu için, $\cos \frac{x}{2} < 0$ dir.

$$\cos x = \frac{1}{3} \text{ ve } \cos 2\theta = 2 \cdot \cos^2 \theta - 1$$

olduğuna göre,

$$\cos x = 2 \cdot \cos^2 \frac{x}{2} - 1$$

$$\frac{1}{3} = 2 \cdot \cos^2 \frac{x}{2} - 1$$

$$\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{2}{3} \text{ ise,}$$

$$\cos \frac{x}{2} = -\sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$= -\frac{\sqrt{6}}{3} \text{ tür.}$$

Örnek:

Aşağıdaki ifadeleri hesaplayınız.

a) $\cos 255^\circ - \cos 165^\circ$

b) $\tan 255^\circ + \tan 15^\circ$

c) $\sin 15^\circ + \cos 15^\circ$

d) $\frac{\sin 50^\circ + \sin 10^\circ}{\sin 40^\circ}$

e) $\frac{1}{\sin 18^\circ} - \frac{1}{\sin 54^\circ}$

f) $\frac{1}{\cos 15^\circ} + \frac{1}{\sin 15^\circ}$

Çözüm:

a) $\cos 255^\circ - \cos 165^\circ$

$$= -2 \sin \frac{255^\circ + 165^\circ}{2} \cdot \sin \frac{255^\circ - 165^\circ}{2}$$

$$= -2 \sin 210^\circ \cdot \cos 45^\circ$$

$$= -2 \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

b) $\tan 255^\circ + \tan 15^\circ$

$$= \frac{\sin 255^\circ}{\cos 255^\circ} + \frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ}$$

$$= \frac{\sin 255^\circ \cdot \cos 15^\circ + \cos 255^\circ \cdot \sin 15^\circ}{\cos 255^\circ \cdot \cos 15^\circ}$$

$$= \frac{\sin (255^\circ + 15^\circ)}{\cos (270^\circ - 15^\circ) \cdot \cos 15^\circ}$$

$$= \frac{\sin 270^\circ}{-\sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ}$$

$$= \frac{-1}{-\frac{1}{2} \sin 30^\circ} = \frac{1}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = 4$$

c) $\sin 15^\circ + \cos 15^\circ = \cos 75^\circ + \cos 15^\circ$

$$= 2 \cos \frac{75^\circ + 15^\circ}{2} \cos \frac{75^\circ - 15^\circ}{2}$$

$$= 2 \cos 45^\circ \cdot \cos 30^\circ$$

$$= 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$d) \frac{\sin 50^\circ + \sin 10^\circ}{\sin 40^\circ} = \frac{2 \sin \frac{50^\circ + 10^\circ}{2} \cos \frac{50^\circ - 10^\circ}{2}}{\sin 40^\circ}$$

$$= \frac{2 \sin 30^\circ \cdot \cos 20^\circ}{2 \sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ}$$

$$= \frac{2 \cdot \frac{1}{2}}{2 \sin 20^\circ} = \frac{1}{2 \sin 20^\circ}$$

$$\begin{aligned}
 \text{e) } & \frac{1}{\sin 18^\circ} - \frac{1}{\sin 54^\circ} \\
 &= \frac{\sin 54^\circ - \sin 18^\circ}{\sin 18^\circ \cdot \sin 54^\circ} \\
 &= \frac{2 \cos \frac{54^\circ + 18^\circ}{2} \sin \frac{54^\circ - 18^\circ}{2}}{\sin 18^\circ \cdot \sin 54^\circ} \\
 &= \frac{2 \cos 36^\circ \cdot \sin 18^\circ}{\sin 18^\circ \cdot \cos 36^\circ} = 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{f) } & \frac{1}{\cos 15^\circ} + \frac{1}{\sin 15^\circ} \\
 &= \frac{\sin 15^\circ + \cos 15^\circ}{\cos 15^\circ \cdot \sin 15^\circ} = \frac{\cos 75^\circ + \cos 15^\circ}{\frac{1}{2} \sin 30^\circ} \\
 &= \frac{2 \cos 45^\circ \cos 30^\circ}{\frac{1}{4}} = 8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{6}
 \end{aligned}$$

Örnek:

Aşağıdaki ifadeleri sadeleştiriniz.

$$\text{a) } \frac{\sin 5x + \sin x}{\cos 5x + \cos x}$$

$$\text{b) } \frac{\sin 7x - \sin 3x}{\cos 6x + \cos 4x}$$

$$\text{c) } \frac{\cos 6x - \cos 2x}{\sin 2x - \sin 6x}$$

$$\text{d) } \frac{\sin a + \sin 3a + \sin 5a}{\cos a + \cos 3a + \cos 5a}$$

$$\text{e) } \frac{\sin 2x + \sin 4x + \sin 6x}{1 + \cos 2x + \cos 4x}$$

Çözüm:

$$\text{a) } \frac{\sin 5x + \sin x}{\cos 5x + \cos x}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2 \sin \frac{5x + x}{2} \cos \frac{5x - x}{2}}{2 \cos \frac{5x + x}{2} \cos \frac{5x - x}{2}} \\
 &= \frac{2 \sin 3x \cos 2x}{2 \cos 3x \cdot \cos 2x} = \tan 3x
 \end{aligned}$$

$$\text{b) } \frac{\sin 7x - \sin 3x}{\cos 6x + \cos 4x}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2 \cos \frac{7x + 3x}{2} \sin \frac{7x - 3x}{2}}{2 \cos \frac{6x + 4x}{2} \cos \frac{6x - 4x}{2}} \\
 &= \frac{2 \cos 5x \sin 2x}{2 \cos 5x \cos x} \\
 &= \frac{2 \sin x \cos x}{\cos x} = 2 \sin x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2 \cos 5x \sin 2x}{2 \cos 5x \cos x} \\
 &= \frac{2 \sin x \cos x}{\cos x} = 2 \sin x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2 \sin x \cos x}{\cos x} = 2 \sin x
 \end{aligned}$$

$$c) \frac{\cos 6x - \cos 2x}{\sin 2x - \sin 6x} = \frac{-2 \sin 4x \sin 2x}{2 \cos 4x \sin(-2x)}$$

$$= \frac{-2 \sin 4x \sin 2x}{-2 \cos 4x \sin 2x} = \tan 4x$$

$$d) \frac{\sin a + \sin 3a + \sin 5a}{\cos a + \cos 3a + \cos 5a}$$

$$= \frac{2 \sin 3a \cos 2a + \sin 3a}{2 \cos 3a \cos 2a + \cos 3a}$$

$$= \frac{\sin 3a (2 \cos 2a + 1)}{\cos 3a (2 \cos 2a + 1)} = \tan 3a$$

$$e) \frac{\sin 2x + \sin 4x + \sin 6x}{1 + \cos 2x + \cos 4x}$$

$$= \frac{\sin 6x + \sin 2x + \sin 4x}{1 + \cos 2x + 2 \cos^2 2x - 1}$$

$$= \frac{2 \sin 4x \cos 2x + \sin 4x}{\cos 2x + 2 \cos^2 2x}$$

$$= \frac{\sin 4x (2 \cos 2x + 1)}{\cos 2x (1 + 2 \cos 2x)}$$

$$= \frac{2 \sin 2x \cos 2x}{\cos 2x}$$

$$= 2 \sin 2x$$

Örnek:

$$\frac{\sin 48^\circ + \sin 12^\circ}{\cos 48^\circ + \cos 12^\circ} \text{ ifadesi neye eşittir?}$$

A) $\sqrt{3}$

B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

C) 1

D) $\frac{1}{2}$

E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Çözüm:

$$\frac{\sin 48^\circ + \sin 12^\circ}{\cos 48^\circ + \cos 12^\circ} = \frac{2 \sin 30^\circ \cos 18^\circ}{2 \cos 30^\circ \cos 18^\circ}$$

$$= \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap (B) seçeneğidir.

Örnek:

$$7a = \frac{\pi}{2} \text{ ise } \frac{\cos 3a - \cos 7a}{\cos 5a \cdot \cos 2a} \text{ ifadesi-}$$

nin değeri nedir?

A) -2

B) -1

C) 1

D) 2

E) $\frac{1}{2}$

Çözüm:

$$T = \frac{\cos 3a - \cos 7a}{\cos 5a \cdot \cos 2a} = \frac{-2 \sin 5a \sin(-2a)}{\cos 5a \cdot \cos 2a}$$

$$T = \frac{2 \sin 5a \sin 2a}{\cos 5a \cos 2a}$$

$5a + 2a = 90^\circ$ olduğundan

$\cos 5a = \sin 2a$ ve $\sin 5a = \cos 2a$ dır.

Buna göre

$$T = \frac{2\cos 2a \cdot \sin 2a}{\sin 2a \cos 2a} = 2 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap (D) seçeneğidir.

Örnek:

$$\frac{\cos 10^\circ}{\sin 40^\circ + \sin 80^\circ + \sin 20^\circ} \text{ ifadesinin}$$

değeri nedir?

A) $\cos 10$ B) $\tan 10$ C) 1

D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{\cos 10^\circ}{\sin 40^\circ + \sin 20^\circ + \sin 80^\circ} &= \frac{\cos 10^\circ}{2\sin 30^\circ \cos 10^\circ + \cos 10^\circ} \\ &= \frac{\cos 10^\circ}{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos 10^\circ + \cos 10^\circ} \\ &= \frac{\cos 10^\circ}{2\cos 10^\circ} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Doğru cevap (D) seçeneğidir.

Örnek:

$\cos^2(x-y) - \cos^2(x+y)$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sin 2x \cdot \sin 2y$ B) $\sin 4x$
C) $1 + \sin 2x \cdot \sin 2y$ D) $1 + \sin 2x \cdot \cos 2y$
E) $\sin 2x \cdot \cos 2y$

Çözüm:

$$\begin{aligned} &\cos(x-y) + \cos(x+y) \\ &= 2 \cos \frac{x-y+x+y}{2} \cos \frac{x-y-x-y}{2} \\ &= 2 \cos x \cos(-y) = 2 \cos x \cos y \\ &\cos(x-y) - \cos(x+y) \\ &= -2 \sin \frac{x-y+x+y}{2} \sin \frac{x-y-x-y}{2} \\ &= -2 \sin x \sin(-y) = 2 \sin x \sin y \\ &\cos^2(x-y) - \cos^2(x+y) \\ &= [\cos(x-y) + \cos(x+y)] [\cos(x-y) - \cos(x+y)] \\ &= (2 \cos x \cos y) \cdot (2 \sin x \sin y) \\ &= 2 \sin x \cos x \cdot 2 \sin y \cos y \\ &= \sin 2x \cdot \sin 2y \end{aligned}$$

Doğru cevap (A) seçeneğidir.

Örnek:

$\frac{\sin a + \sin 3a - \sin 5a + \sin 9a}{\cos a + \cos 3a + \cos 5a + \cos 9a}$ ifadesini sadeleştiriniz.

Çözüm:

$$\begin{aligned}\text{Pay} &= \sin a + \sin 3a + \sin 9a - \sin 5a \\ &= 2 \sin 2a \cos a + 2 \sin 2a \cos 7a \\ &= 2 \sin 2a (\cos a + \cos 7a) \\ &= 2 \sin 2a \cdot 2 \cos 4a \cdot \cos 3a \\ &= 4 \sin 2a \cdot \cos 4a \cdot \cos 3a\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Payda} &= \cos a + \cos 3a + \cos 5a + \cos 9a \\ &= 2 \cos 2a \cos a + 2 \cos 7a \cos 2a \\ &= 2 \cos 2a (\cos a + \cos 7a) \\ &= 4 \cos 2a \cos 4a \cos 3a\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Kesir} &= \frac{4 \sin 2a \cdot \cos 4a \cdot \cos 3a}{4 \cos 2a \cos 4a \cos 3a} \\ &= \frac{\sin 2a}{\cos 2a} = \tan 2a \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

Örnek:

Bir ABC üçgeninde

$$\sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$$

olduğunu gösteriniz.

Çözüm:

$$\sin A + \sin B + \sin C = T \text{ olsun.}$$

$$T = 2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} + 2 \sin \frac{B+C}{2} \cos \frac{B-C}{2}$$

$$B + C = 180 - A \Rightarrow \frac{B+C}{2} = 90 - \frac{A}{2}$$

$$\Rightarrow \sin \frac{B+C}{2} = \cos \frac{A}{2} \text{ olduğundan}$$

$$T = 2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} + 2 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B-C}{2}$$

$$T = 2 \cos \frac{A}{2} \left[\sin \frac{A}{2} + \cos \frac{B-C}{2} \right]$$

$$\frac{B+C}{2} = 90 - \frac{A}{2} \Rightarrow \cos \frac{B+C}{2} = \sin \frac{A}{2}$$

olduğundan

$$T = 2 \cos \frac{A}{2} \left[\cos \frac{B+C}{2} + \cos \frac{B-C}{2} \right]$$

$$T = 2 \cos \frac{A}{2} \left[2 \cos \frac{B}{2} \cdot \cos \frac{C}{2} \right]$$

$$T = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} \text{ bulunur.}$$

Örnek:

$\cos 36^\circ - \cos 72^\circ$ ifadesinin sonucu nedir?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{\sqrt{2}+1}{3}$ C) $\frac{1}{3}$

D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{4}$

Çözüm:

$$\cos 36^\circ - \cos 72^\circ = -2 \sin \frac{36^\circ+72^\circ}{2} \sin \frac{36^\circ-72^\circ}{2}$$

$$= -2 \sin 54^\circ \sin(-18^\circ)$$

$$= 2 = \cos 36^\circ \cdot \sin 18^\circ$$

eşitliğin sağ tarafını $\cos 18^\circ$ ile çarpıp bölelim.

$$\begin{aligned} &= \frac{2 \sin 18^\circ \cdot \cos 18^\circ \cdot \cos 36^\circ}{\cos 18^\circ} \\ &= \frac{\sin 36^\circ \cdot \cos 36^\circ}{\cos 18^\circ} \\ &= \frac{\frac{1}{2} \sin 72^\circ}{\sin 72^\circ} = \frac{1}{2} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Doğru cevap (D) seçeneğidir.

Örnek:

Aşağıdaki ifadelerin değerlerini bulunuz.

a) $\cos \frac{5\pi}{24} \cdot \cos \frac{\pi}{24}$ b) $\sin 285^\circ \sin 195^\circ$

c) $\frac{\cos 50^\circ \cdot \cos 40^\circ}{\sin 80^\circ}$ d) $\frac{1-4 \sin 70^\circ \sin 10^\circ}{\sin 10^\circ}$

Çözüm:

$$\begin{aligned} \text{a) } &\cos \frac{5\pi}{24} \cdot \cos \frac{\pi}{24} \\ &= \frac{1}{2} \left[\cos \left(\frac{5\pi}{24} + \frac{\pi}{24} \right) + \cos \left(\frac{5\pi}{24} - \frac{\pi}{24} \right) \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[\cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{6} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ &= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } &\frac{\cos 50^\circ \cdot \cos 40^\circ}{\sin 80^\circ} = \frac{\frac{1}{2} [\cos 90^\circ + \cos 10^\circ]}{\sin 80^\circ} \\ &= \frac{\frac{1}{2} (0 + \cos 10^\circ)}{\cos 10^\circ} \\ &= \frac{\frac{1}{2} \cos 10^\circ}{\cos 10^\circ} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } &\frac{1-4 \sin 70^\circ \sin 10^\circ}{\sin 10^\circ} \\ &= \frac{1 + 4 \cdot \frac{1}{2} [\cos 80^\circ - \cos 60^\circ]}{\sin 10^\circ} \\ &= \frac{1+2 (\cos 80^\circ - \frac{1}{2})}{\sin 10^\circ} \\ &= \frac{1+2 \cos 80^\circ - 1}{\sin 10^\circ} = \frac{2 \sin 10^\circ}{\sin 10^\circ} = 2 \end{aligned}$$

Örnek:

$2 \sin 45^\circ \cdot \cos 15^\circ$ çarpımının sonucu nedir?

A) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$ C) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

D) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$

Çözüm:

$$2 \sin 45^\circ \cos 15^\circ = 2 \cos 45^\circ \cos 15^\circ$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{2} [\cos 60^\circ + \cos 30^\circ]$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

Doğru cevap (D) seçeneğidir.

Örnek:

$\cos 25^\circ \cdot \cos 35^\circ - \sin 20^\circ \cdot \sin 10^\circ$ işleminin sonucu nedir?

- A) 1 B) 0 C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$

Çözüm:

$$\begin{aligned} & \cos 25^\circ \cos 35^\circ - \sin 20^\circ \cdot \sin 10^\circ \\ &= \frac{1}{2} [\cos 60^\circ + \cos 10^\circ] + \frac{1}{2} [\cos 30^\circ - \cos 10^\circ] \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \cos 10^\circ \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \cos 10^\circ \right) \\ &= \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}+1}{4} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Doğru cevap (E) seçeneğidir.

Örnek:

$\sin x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ olduğuna göre

$\cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$ ifadesinin değeri nedir?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{1}{6}$

Çözüm:

$$\begin{aligned} & \cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) \\ &= \frac{1}{2} \left[\cos\left(\frac{\pi}{4} + x + \frac{\pi}{4} - x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} + x - \frac{\pi}{4} - x\right) \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[\cos \frac{\pi}{2} + \cos 2x \right] = \frac{1}{2} (0 + \cos 2x) \\ &= \frac{1}{2} (1 - 2\sin^2 x) = \frac{1}{2} \left(1 - 2 \cdot \frac{1}{3} \right) \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{6} \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap (E) seçeneğidir.

Örnek:

$\sin 20^\circ \cdot \sin 40^\circ \cdot \sin 60^\circ \cdot \sin 80^\circ = \frac{3}{16}$ olduğunu gösteriniz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \sin 20^\circ \cdot \sin 40^\circ &= \frac{-1}{2} [\cos 60^\circ - \cos 20^\circ] \\ &= \frac{-1}{2} \left[\frac{1}{2} - \cos 20^\circ \right] \text{ olduğundan} \end{aligned}$$

$$\sin 60^\circ \cdot \sin 80^\circ \cdot \sin 20^\circ \cdot \sin 40^\circ$$

$$= \frac{-\sqrt{3}}{4} \sin 80^\circ \left[\frac{1}{2} - \cos 20^\circ \right]$$

$$= \frac{-\sqrt{3}}{8} \sin 80^\circ + \frac{\sqrt{3}}{4} \sin 80^\circ \cdot \cos 20^\circ$$

$$= \frac{-\sqrt{3}}{8} \sin 80^\circ + \frac{\sqrt{3}}{4} \cos 10^\circ \cdot \cos 20^\circ$$

$$= \frac{-\sqrt{3}}{8} \sin 80^\circ + \frac{\sqrt{3}}{8} [\cos 30^\circ + \cos 10^\circ]$$

$$= \frac{-\sqrt{3}}{8} \sin 80^\circ + \frac{\sqrt{3}}{8} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \sin 80^\circ \right)$$

$$= \frac{-\sqrt{3}}{8} \sin 80^\circ + \frac{3}{16} + \frac{\sqrt{3}}{8} \sin 80^\circ$$

$$= \frac{3}{16} \text{ bulunur.}$$

Örnek:

$\cos \frac{5\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12}$ çarpımının sonucu nedir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ E) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

Çözüm:

Yarım açı formülü kullanılarak

$$\cos \frac{5\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12} = \cos 75^\circ \cdot \cos 15^\circ$$

$$= \sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ = \frac{1}{2} \sin 30^\circ = \frac{1}{4}$$

ÇÖZÜM - 2 :

Ters dönüşüm formülü kullanılarak

$$\cos \frac{5\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} = \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{3} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(0 + \frac{1}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{4} \quad \text{bulunur.}$$

Doğru cevap (C) seçeneğidir.

Örnek:

$\cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 60^\circ \cdot \cos 80^\circ = \frac{1}{16}$ olduğunu gösteriniz.

Çözüm:

$$\cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 60^\circ \cdot \cos 80^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\cos 20^\circ \cdot \sin 20^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 80^\circ}{\sin 20^\circ}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\frac{1}{2} \sin 40^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 80^\circ}{\sin 20^\circ}$$

$$= \frac{1}{4} \frac{\frac{1}{2} \sin 80^\circ \cdot \cos 80^\circ}{\sin 20^\circ}$$

$$= \frac{1}{8} \frac{\frac{1}{2} \sin 160^\circ}{\sin 20^\circ}$$

$$= \frac{1}{16} \cdot \frac{\sin 20^\circ}{\sin 20^\circ} = \frac{1}{16} \quad \text{bulunur.}$$

UYARI :

Bu sorunun çözümü ters dönüşüm kullanılarak yapılır.

