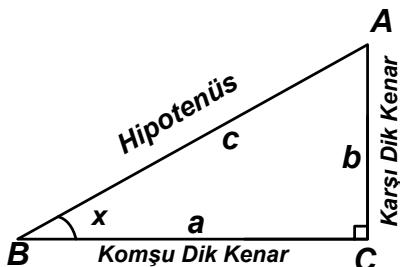


TRİGONOMETRİ DERS NOTU

www.yemluhaonat.tr.cx

HAZIRLAYAN:
Yemluha ONAT



$$\sin x = \frac{\text{kar.dik.kenar}}{\text{hipotenüs}} = \frac{b}{c}, \quad \cos x = \frac{\text{kom.dik.kenar}}{\text{hipotenüs}} = \frac{a}{c}$$

$$\tan x = \frac{\text{kar.dik.k.}}{\text{kom.dik.k.}} = \frac{b}{a}, \quad \cot x = \frac{\text{kom.dik.k.}}{\text{kar.dik.k.}} = \frac{a}{b}$$

ÖNEMLİ TRİGONOMETRİK ÖZDEŞLİKLER

$$1. \tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} \quad \text{ve} \quad \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \quad \text{dir.}$$

$$2. \sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} \quad \text{ve} \quad \cos \sec \alpha = \frac{1}{\sin \alpha} \quad \text{dir.}$$

$$3. \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \text{ve} \quad \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \quad \text{dir.}$$

4. Birbirini 90° dereceye tamamlayan açılardan birinin sinüsü diğerinin kosinüsüne, birinin tanjantı diğerinin kotanjantına eşittir.

$$5. \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \text{dir.}$$

$$6. 1 + \tan^2 \alpha = \sec^2 \alpha, \quad 1 + \cot^2 \alpha = \csc^2 \alpha$$

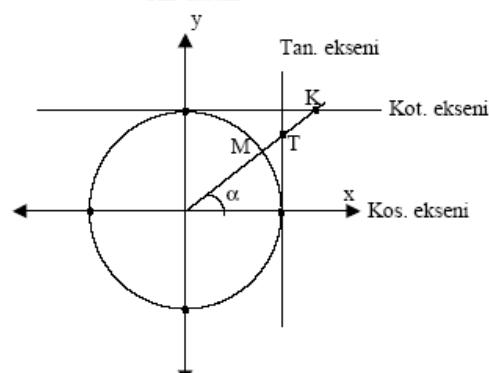
Açı kavramının genişletilmesi, trigonometrik çember

Sin. eksen

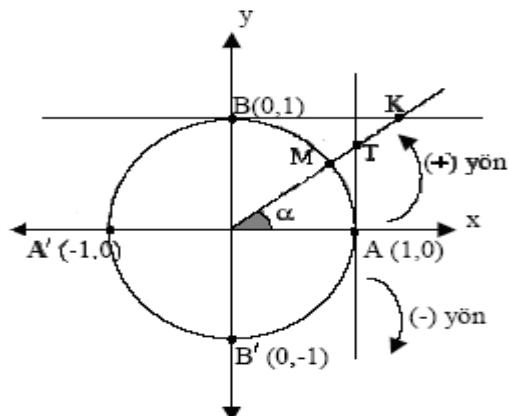
Tan. eksen

Kot. eksen

Kos. eksen



Başlangıç noktası A olan bir yayın bitim noktası M olsun tanım olarak
 $\sin \alpha = M$ noktasının ordinatı
 $\cos \alpha = M$ noktasının apsisi
 $\tan \alpha = T$ noktasının ordinatı
 $\cot \alpha = T$ noktasının apsisi



Yukarıdaki tanımdan

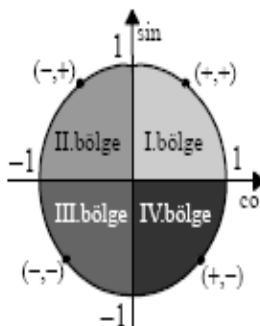
$$-1 \leq \sin \alpha \leq 1$$

$$-1 \leq \cos \alpha \leq 1$$

$$-\infty < \tan \alpha < \infty$$

$$-\infty < \cot \alpha < \infty$$

FONKSİYONLARIN İŞARETLERİ



	I	II	III	IV
sin	+	+	-	-
cos	+	-	-	+
tan	+	-	+	-
cot	+	-	+	-
sec	+	-	-	+
csc	+	-	-	+

Bütün Sinif Kara Tahtada Cosar.

I. BÖLGEDEKİ ÖNEMLİ AÇILARIN TRİG. DEĞERLERİ

Fonk /derece	0°	30°	45°	60°	90°
Sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
Cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	tanım SIZ
cot	tanı msız	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

Toplam ve Fark Formülleri:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x-y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$$

$$\tan(a-b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$$

Yarım Açı Formülleri:

Toplam ve fark formüllerinde $y=x$ yazılırsa aşağıdaki yarım açı formülleri elde edilir.

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$$

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

$$\cot 2x = \frac{\cot^2 x - 1}{2 \cot x}$$

Dönüştürüm – Ters Dönüşüm Formülleri:

Toplam ve fark formülleri taraf tarafa toplanıp çıkarıldığında dönüsüm ve ters –dönüşüm formülleri elde edilir.

DÖNÜŞÜM FORMÜLLERİ:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x + \tan y = \frac{\sin(x+y)}{\cos x \cos y}$$

$$\tan x - \tan y = \frac{\sin(x-y)}{\cos x \cos y}$$

$$\cot x + \cot y = \frac{\sin(x+y)}{\sin x \sin y}$$

$$\cot x - \cot y = \frac{\sin(x-y)}{\sin x \sin y}$$

TERS DÖNÜŞÜM FORMÜLLERİ:

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

$$\cos x \sin y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) - \sin(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

TRİGONOMETRİK ÖZDEŞLİKLER

$$1) \boxed{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1} \quad 2) \boxed{\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1}$$

$$3) \boxed{1 + \tan^2 \alpha = \sec^2 \alpha} \quad 4) \boxed{1 + \cot^2 \alpha = \csc^2 \alpha}$$

$$5) \boxed{\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} \quad 6) \boxed{\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}}$$

$$7*) \boxed{\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x}$$

$$8*) \boxed{\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x}$$

Üçgende Trigonometrik Bağıntılar

$$\text{Cosinüs teoremi : } \boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A}$$

$$\text{Sinüs teoremi : } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

Üçgenin Alanı:

$$A(ABC) = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin B = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin C$$

Trigonometrik Denklemlerde Kök formülleri :

1. $\sin \alpha = \sin \beta \Rightarrow \alpha = \beta + k2\pi \vee \alpha = (\pi - \beta) + k2\pi$
2. $\cos \alpha = \cos \beta \Rightarrow \alpha = \beta + k2\pi \vee \alpha = -\beta + k2\pi$
3. $\tan \alpha = \tan \beta \text{ ve } \cot \alpha = \cot \beta \Rightarrow \alpha = \beta + k\pi$
4. $\sin \alpha = \cos \beta \Rightarrow \sin \alpha = \sin \left(\frac{\pi}{2} - \beta \right)$
5. $\sin \alpha = -\sin \beta \Rightarrow \sin \alpha = \sin(-\beta)$
6. $\tan \alpha = -\tan \beta \text{ ve } \tan \alpha = \tan(-\beta)$
7. $\cos \alpha = -\cos \beta \text{ ve } \cos \alpha = \cos(\pi - \beta) = \cos(\pi + \beta)$