

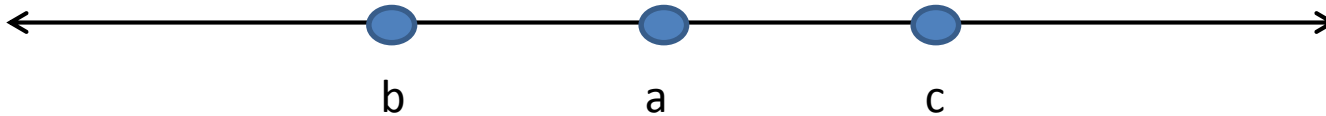
# MATEMATİK

## EŞİTSİZLİKLER



# A – Eşitsizlik

- ❖ Merhaba arkadaşlar, bu dersimizde basit eşitsizlikleri inceleyeceğiz.
- Eğer  $a$ ,  $b$ 'ye eşit değilse bunu  $a \neq b$  biçiminde gösteriyoruz.
- $a \neq b$  ( $a$ ,  $b$ 'den farklı ise)
  - $a > b$ , « $a$ , büyüktür  $b$ 'den» yada
  - $a < b$ , « $a$ , küçüktür  $b$ 'den» olur.
- Sayı doğrusunda, soldaki sayı, sağdaki sayıdan daima küçüktür. Yani sayılar, sağa doğru gidildikçe büyür.



- Yukarıdaki sayı doğrusuna göre;
- $b < a < c$

# B – Gerçel (Reel) Sayı Aralıkları

## 1. Kapalı Aralık

- $a < b$  olsun.  $a$  ve  $b$  de dahil,  $a$  ile  $b$  arasındaki sayıları,  $a \leq X \leq b$  şeklinde gösteririz. Ve  $a$  ve  $b$  de dahil,  $a$  ile  $b$  arasındaki sayılar,  $x \in [a, b]$  kapalı aralığının elemanlarıdır. Bunu sayı doğrusu üzerinde, ( $a$  ve  $b$  kapalı olduğu için içi dolu olarak) şu şekilde gösteririz.



- $[a, b]$  kapalı aralığı sayı doğrusu üzerinde kalın kırmızı çizgi ile gösterilmiştir.

# B – Gerçel (Reel) Sayı Aralıkları

## 2. Açık Aralık

- $a < b$  olsun.  $a$  ve  $b$ 'yi almazsak,  $a$  ile  $b$  arasındaki sayıları,
- $a < X < b$  şeklinde gösteririz. Ve  $a$  ve  $b$ 'yi dahil etmediğimiz için,  $a$  ile  $b$  arasındaki sayılar,  $x \in (a, b)$  açık aralığının elemanlarıdır. Bunu sayı doğrusu üzerinde, ( $a$  ve  $b$  açık olduğu için içi boş olarak) şu şekilde gösteririz.



- $(a, b)$  açık aralığı sayı doğrusu üzerinde kalın kırmızı çizgi ile gösterilmiştir. Sadece  $a$  ile  $b$  arasındaki sayıları ifade etmiş oluyoruz

# B – Gerçel (Reel) Sayı Aralıkları

## 3. Yarı Açık Aralık

- a dahil fakat b dahil değil. a dahil olduğu için, köşeli parantez ile gösteriyoruz. b dahil olmadığı için normal parantez ile gösteriyoruz.  $[a, b)$   $a \leq x < b$



- a dahil değil fakat b dahil. a dahil olmadığı için, açık parantez ile gösteriyoruz. b dahil olduğu için köşeli parantez ile gösteriyoruz.  $(a, b]$   $a < x \leq b$



# B – Gerçel (Reel) Sayı Aralıkları

- Örnek
- $(-5, 3]$  aralığındaki tam sayıların toplamı kaçtır?
- a) -4      b) -3      c) -2      d) 0      e) 3

# B – Gerçel (Reel) Sayı Aralıkları

- **Cevap**
- $(-5, 3]$  aralığındaki tam sayıların toplamı kaçtır?  
-5 dahil değil, çünkü açık aralık;  
3 dahildir, çünkü kapalı aralık;

$$(-4) + (-3) + (-2) + (-1) + (0) + (1) + (2) + (3) = -4$$

- **a) -4**      b) -3      c) -2      d) 0      e) 3

# C – Eşitsizliğin Özellikleri

1. Bir eşitsizliğin her iki yanına aynı sayı eklenirse ya da çıkarılırsa eşitsizliğin yönü değişmez.
  - $a < b$  ise;  $a + c < b + c$
  - $a < b$  ise;  $a - c < b - c$
2. Bir eşitsizliğin her iki yanını pozitif bir sayı ile çarpılırsa ya da bölünürse eşitsizliğin yönü değişmez.
  - $a < b$  ve  $c > 0$  ise;  $a \cdot c < b \cdot c$
  - $a < b$  ve  $c > 0$  ise;  $a : c < b : c$



# C – Eşitsizliğin Özellikleri

3. Bir eşitsizliğin her iki yanını negatif bir sayı ile çarpılırsa ya da bölünürse **eşitsizlik yön değiştirir.**

- $a < b$  ve  $c < 0$  ise;  $a \cdot c > b \cdot c$
- $a < b$  ve  $c < 0$  ise;  $a : c > b : c$

4. 0 ile 1 arasındaki sayıların üssü büyür ise sayı küçülür.

- $(0 < a < 1 \text{ ve } n \in \mathbb{N}^+)$  ise  $a^n < a$

- $a = \frac{1}{2}$  olsun.  $(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$  tür. Ve  $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$  dir.

# C – Eşitsizliğin Özellikleri

5. Aynı yönlü eşitsizlikler taraf tarafa toplanabilir.
- $a > b$  ve  $c > d$  ise;  $a + c > b + d$

# C – Eşitsizliğin Özellikleri

6.  $a \cdot b < 0$  ise  $a$  ve  $b$  zıt işaretlidir.
7.  $a \cdot b > 0$  ise  $a$  ve  $b$  aynı işaretlidir.
8.  $a < b$  ve  $b < c$  ise;  $a < c$  olur.
9.  $n \in \mathbb{N}^+$  ve  $0 < a < b$  ise  $a^n < b^n$  olur.
10.  $n \in \mathbb{N}^+$  ve  $a < b < 0$  olmak üzere;
  - $n$  çift sayma sayısı ise,  $a^n > b^n > 0$
  - $n$  tek sayma sayısı ise,  $a^n < b^n < 0$
11.  $a$  ile  $b$  aynı işaretli olmak üzere; ( $a \cdot b > 0$ )
  - $a < b$  ise;  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$  dir.

# C – Eşitsizliğin Özellikleri

- Örnek
- Aşağıdaki işlemleri inceleyiniz.
- $-1 < 2$  ise;  $-1 + 4 < 2 + 4$  yani;  $-3 < 6$
- Eşitsizliğin her iki tarafına aynı sayı eklenirse eşitsizlik yön değiştirmez.
- $-1 < 2$  ise;  $-1 - 4 < 2 - 4$  yani;  $-5 < -2$
- Eşitsizliğin her iki tarafından aynı sayı çıkarılırsa eşitsizlik yön değiştirmez.

# C – Eşitsizliğin Özellikleri

- Örnek
- Aşağıdaki işlemleri inceleyiniz.
- $-1 < 2$  ise;  $-1 \cdot 4 < 2 \cdot 4$  yani;  $-4 < 8$
- Eşitsizliğin her iki tarafı pozitif bir sayı ile çarpılırsa, eşitsizlik yön değiştirmez.
- $-1 < 2$  ise;  $-1 \cdot (-2) < 2 \cdot (-2)$  yani;  $2 > -4$
- Eşitsizliğin her iki tarafı negatif bir sayı ile çarpılırsa, eşitsizlik yön değiştirir.

# C – Eşitsizliğin Özellikleri

- Örnek
- Aşağıdaki işlemleri inceleyiniz.
- $-2 < -1$  ise;  $(-2)^2 < (-1)^2$  yani;  $4 > 1$
- Negatif iki sayının çift kuvveti alınırsa, eşitsizlik yön değiştirir.
- $-2 < -1$  ise;  $(-2)^3 < (-1)^3$  yani;  $-8 < -1$
- Negatif iki sayının tek kuvveti alınırsa, eşitsizlik yön değiştirmez.

# C – Eşitsizliğin Özellikleri

- Örnek
- Aşağıdaki işlemleri inceleyiniz.
- $a = \frac{1}{2}$  ise;  $a > a^2 > a^3 > \dots$
- $\frac{1}{2} > \frac{1}{4} > \frac{1}{8} > \dots$
- Sıfır ile bir arasındaki sayıların (Pozitif basit kesirlerin) üssü büyütülürse sayı küçülür.

# C – Eşitsizliğin Özellikleri

- Örnek
- $3x - 18 < -x + 14$  olduğuna göre  $x$ 'in alabileceği doğal sayı değerleri kaç tanedir?
- a) 10      b) 9      c) 8      d) 7      e) 6



# C – Eşitsizliğin Özellikleri

- **Çözüm**
- $3x - 18 < -x + 14$  olduğuna göre  $x$ 'in alabileceği doğal sayı değerleri kaç tanedir?
- Bu tür eşitsizliklerde, aynı denklem çözmede olduğu gibi, bilinenler bir tarafta bilinmeyenler bir tarafta toplanır.
- $3x + x < 14 + 18$  olur.
- $4x < 32$  Her iki tarafı 4'e bölersek;  $x < 8$  elde ederiz.
- Doğal Sayılar =  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$
- a) 10      b) 9      **c) 8**      d) 7      e) 6

# C – Eşitsizliğin Özellikleri

- **Örnek**
- $4 < x - 4 \leq 7$  olduğuna göre  $x$ 'in alabileceği doğal sayı değerleri toplamı kaçtır?
- a) 27      b) 28      c) 29      d) 30      e) 38

# C – Eşitsizliğin Özellikleri

- **Çözüm**
- $4 < x - 4 \leq 7$  olduğuna göre  $x$ 'in alabileceği doğal sayı değerleri toplamı kaçtır?
- $4 < x - 4 \leq 7$  ( $x$ 'i bulmak için, yalnız bırakmamız gerekir. Bunun için, her tarafa + 4 eklenir)
- $4 + 4 < x - 4 + 4 \leq 7 + 4$  ise;  $8 < x \leq 11$
- $9 + 10 + 11 = 30$
- a) 27      b) 28      c) 29      **d) 30**      e) 38

# C – Eşitsizliğin Özellikleri

- **Örnek**
- $-10 \leq -2x \leq -8$  olduğuna göre  $x$ 'in alabileceği tam sayı değerleri çarpımı kaçtır?
- a) 4            b) 10    c) 20    d) 30    e) 40

# C – Eşitsizliğin Özellikleri

- **Çözüm**

- $-10 \leq -2x \leq 8$  olduğuna göre  $x$ 'in alabileceği tam sayı değerleri çarpımı kaçtır?

- $X$ 'i yalnız bırakmak için her tarafı  $-2$ 'ye böleriz.

- $\frac{-10}{-2} \geq \frac{-2x}{-2} \geq \frac{-8}{-2}$  ise;  $5 \geq x \geq 4$  bulunur.

- $5 \cdot 4 = 20$

- a) 4      b) 10      **c) 20**      d) 30      e) 40

# C – Eşitsizliğin Özellikleri

- Örnek
- $4x - 8 < 5 < x + 4$  eşitsizlik sistemini sağlayan kaç tane  $x$  tam sayısı vardır?
- a) 1          b) 2          c) 3          d) 4          e) 5

# C – Eşitsizliğin Özellikleri

- **Çözüm**

- $4x - 8 < 5 < x + 4$  eşitsizlik sistemini sağlayan kaç tane  $x$  tam sayısı vardır?

- $4x - 8 < 5$  ise  $4x < 13$  ise  $x < \frac{13}{4}$

- $5 < x + 4$  ise  $1 < x$  olur. İki eşitsizlik birleştirilirse;

- $1 < x < \frac{13}{4}$  bulunur. Tam sayı istendiğine göre;  $\frac{13}{4} = 3,25$  tir.

- Yani;  $1 < x < 3,25$  olur. O halde 2 ve 3 olabilir

- a) 1      **b) 2**      c) 3      d) 4      e) 5

# C – Eşitsizliğin Özellikleri

- Örnek
- $4 < y < 8$
- $4x = y + 16$  olduğuna göre,  $x$ 'in tanımlı olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?
- a)  $1 < x < 2$                       b)  $2 < x < 4$                       c)  $5 < x < 6$                       d)  $1 < x < 4$   
e)  $1 < x < 5$



# C – Eşitsizliğin Özellikleri

- **Çözüm**

- X'e ulaşmak için her iki tarafı 4'e bölersek;

- $4x = y + 16$        $\frac{4x}{4} = \frac{y+16}{4}$        $x = \frac{y+16}{4}$  bulunur.

- $4 < y < 8$  ifadesinde  $y$  kısmını  $x$  yapabilmek için; 16 ekleyip 4'e bölmek gerekir. Buradan hareketle;

- $\frac{4+16}{4} < \frac{y+16}{4} < \frac{8+16}{4}$        $5 < x < 6$  eşitsizliği elde edilir.

- a)  $1 < x < 2$

- b)  $2 < x < 4$

- c)  $5 < x < 6$

- d)  $1 < x < 4$

- e)  $1 < x < 5$

# C – Eşitsizliğin Özellikleri

- Örnek
- $3 < x \leq 7$
- $-2 < y \leq 2$
- olduğuna göre,  $2x + 3y$ 'nin alabileceği en büyük tam sayı değeri ile en küçük tam sayı değerinin toplamı kaçtır?
- a) 15      b) 16      c) 20      d) 21      e) 25

# C – Eşitsizliğin Özellikleri

- **Çözüm**

- $2 / 3 < x \leq 7$  ise  $6 < 2x \leq 14$

- $3 / -2 < y \leq 2$   $-6 < 3y \leq 6$  bulunan bu eşitsizlikler taraf tarafa toplandığında;

- $-6 + 6 < 2x + 3y \leq 14 + 6$

- $0 < 2x + 3y \leq 20$

- En büyük tam sayı: 20

- En küçük tam sayı: 1

- $20 + 1 = 21$

- a) 15      b) 16      c) 20      **d) 21**      e) 25